Kombinatoryczna teoria liczb

Semestr zimowy 2013/2014

Seria XI

Zadanie 11.1. Niech $A \subseteq \mathbb{Z}$, będzie taki, że $\{1, 2, \ldots, 2^k\} \subseteq A - A$. Pokaż, że $|A| \geqslant k + 1$.

Zadanie 11.2. Niech $\mathbb{Z}_N = R \cup B$ będzie dowolnym podziałem. Pokaż, że liczba monochromatycznych rozwiązań równania $x + y = z$ jest co najmniej równa $N^2/4$.

Zadanie 11.3. Znajdź pokolorowanie $[N] = R \cup B$ takie, że liczba monochromatycznych rozwiązań równania $x + y = z$, $x > y$, jest równa $N^2/22 + O(1)$.

Zadanie 11.4. Pokaż, że istnieje kolorowanie $[N] = R \cup B$, które nie zawiera monochromatycznych ciągów arytmetycznych długości $10 \ln N$.

Zadanie 11.5. Czy w każdym skończonym pokolorowaniu $\mathbb{N}$ można znaleźć monochromatyczne rozwiązanie równania:

a) $x + y = 2z$,

b) $x + y = 3z$.